# Professor Pinesの講義をきいて

阿　部　龍　蔵（物性研）

やや赤ら顔の、欧米人としては少し小柄だというPines 先生の印象は、筆者が滞米中にうけたのと全く同じであつた。そのときは、こわい先生だという感じを抱いていたものだが、案外、気さくな面もあるようで物性研に来たときには、ここ2年間本を書くのに忙しくてなにもできなかつたとこぼしていた。

さて、Summer Institute で Pines 先生は3時間にわたりBose Liquid Theory について講義を行つた。Landau の Fermi Liquid Theory は液体$He^3$の極低温における諸性質を統一的に説明し得るものとしてあまりにも有名であるが、Bose Liquid に関してはそのような理論を発展させた人はあまりいなかつた。Pines 先生の講義は$He^3$の振舞いを統一的に理解しようという点が主眼であり、新しいことも含まれていて、大変興味深かつた。内容を大別すると、

(1) Elementary excitations

(2) Sounds

(3) Two fluid model, superfluidity

である。以下、各項について簡単な説明を試みよう。

(1) Elementary excitations

Fermi Liquid と Bose Liquid との重要な違いは、前者にはフエルミ面が存在し、その近傍で準粒子の寿命が無限に長い（$0^0$Kで）という点である。一方、Bose Liquid では、運動量0の状態をしめる粒子数$N_0$は全粒子Nのオーダーである。液体$He^4$の場合には$N_0$はNの6－10％ 位と考えられている。したがつて、Bose Liquid の excitation の場合には、condensate の存在を考慮しなければならない。また、その安定性も問題になる。すなわち

$$\epsilon_p \rightarrow \epsilon_{p-p'} + \epsilon_{p'} \tag{1}$$

という遷移が可能であれば、運動量pの準粒子は他の二つのものにこわれてしまい、その寿命も有限になる。したがつて、$\varepsilon_p$ を

$$\varepsilon_p = sp + bp^3 \tag{2}$$

と展開したときに$b<0$が要求される。Fermi の場合とちがつて、Boseのときに準粒子のはばがエネルギー自身より小さいという一般的な証明はないが一応、このことを仮定として認めよう。

ここで、dynamical structure factor $S(q,\omega)$を考える。これは中性子の非弾性散乱により直接、観測される量で、

$$S(q,\omega) = \sum_n (\rho_q^+)_{n0}^2 \, \delta(\omega - \omega_{n0}) \tag{3}$$

で定義される。$\rho_q$ は密度のフーリエ変換、$\omega_{n0}$ は励起状態と基底状態のエネルギー差である。粒子に対する連続の式を用いると、

$$\int_0^\infty d\omega \, S(q,\omega)\,\omega = \frac{Nq^2}{2m} \tag{4}$$

の sum rule がえられる。また、

$$H' = \rho(q,\omega)\varphi^+(q,\omega) + c.c. \tag{5}$$

という外場に対する線型応答を$<\rho(q,\omega)>$とし

$$\chi(q,\omega) = <\rho(q,\omega)>/\varphi(q,\omega) \tag{6}$$

によつてアドミッタンス$\chi$を定義すると、熱力学の関係を用いて

$$\lim_{q\to 0} \chi(q,o) = -\frac{N}{ms^2} \tag{7}$$

が示される（s：音速）。(7)を使えば

$$\lim_{q\to 0} \int_0^\infty d\omega \, \frac{S(q,\omega)}{\omega} = \frac{N}{2ms^2} \tag{8}$$

という、もう一つのsum rule がえられる。

(4),(8)はBose Liquidの励起をきめる基本的な関係である。空間的に一様な体系に関しては、$q\to o$の極限で一粒子の励起のみがsum ruleにきいてくると予想される。一般にこのことが成立すると仮定すれば

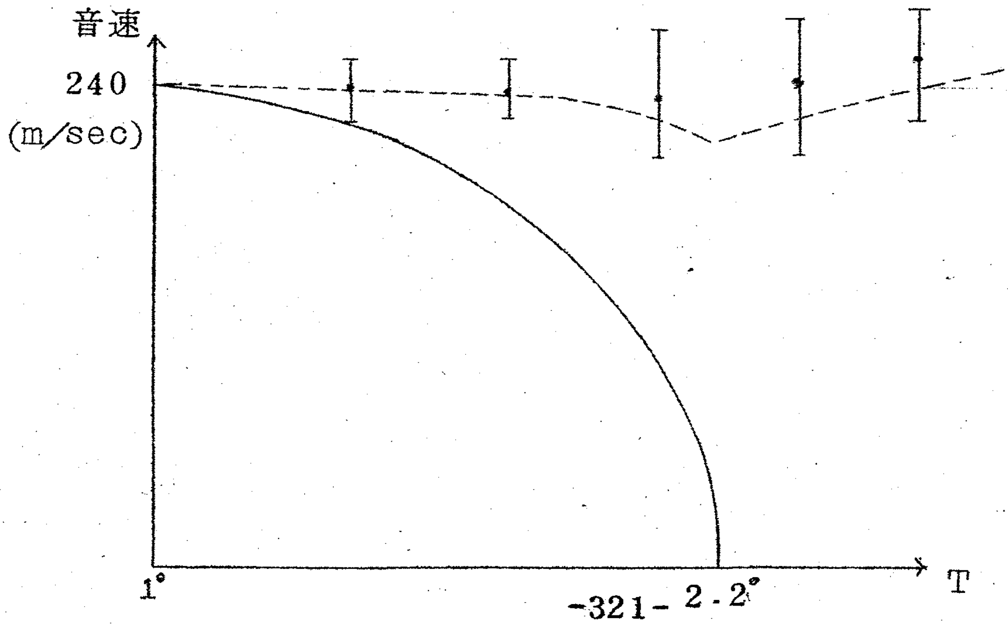
$$\omega_q = q^2/2m\,S_q \tag{9}$$

というFeynmanの式が得られる。ただし、$S_q$は

$$S_q = \int_0^\infty d\omega\, S(q,\omega)$$

で定義される液体のstructure factorである。実際に中性子で観測される$\omega_q$は(9)で与えられるものより小さい。この点を説明する試みとしてFeynman-Cohenのback flowの話しが紹介されたが、よく知られていることと思われるのでここでは省略する。

以上の話はT＝0での場合だが、有限温度ではどうなるであろうか？　まず考えられることは、準粒子のエネルギー$\varepsilon_p$は温度に依存し、温度が上ると熱振動のために、そのはばが大きくなるだろうということである。実際この予想はロトン領域で実験により確かめられている。また、$\varepsilon_p$に対するBogoliubovの式からもわかるように、一般に$\varepsilon_p$は$N_0$に依存している。温度が上ると$N_0$は小さくなると予想される。計算によるとフォノン領域での音速は$(\rho_s/\rho)^{1/2}$に比例する。($\rho_s$はsuper partの密度)ところが、Woodsの測定によると、0.38 $\mathrm{\AA}^{-1}$における長波長のフォノンからきまる音速は才1図の




才1図

理　論

実験値

ようになり、点線で示したfirst soundの音速に近い値をとる。このようなことはいかに理解されるのであろうか？

(2) Sounds

上に述べた点を理解するのは、角周波数$\omega$を二つの領域

$$\omega\tau_{r} \ll 1: \text{ hydrodynamical regime} \tag{10b}$$

$$\omega\tau_{r} \gg 1: \text{ collisionless regime} \tag{10b}$$

に分けるのが便利である。ここで$\tau_r$は準粒子の衝突時度で、(10a) は一回振動する間に何回も衝突が起り、いわゆるlocal equilibrium が成立する条件である。$\tau_r \sim 10^{-8}$secとすれば、これが成立するためには、$\omega \lesssim 10^{8}$ $\mathrm{sec}^{-1}$となり波数でかくと$p \lesssim 10^{-4}$ $\mathrm{A}^{-1}$である。したがつて、pと$\epsilon_p$ との関係（分散関係）を考えるとき、上の領域は殆んど点に等しい。故に、中性子解析で問題になるのは (10b)の領域である。この条件はプラズマ振動、あるいはゼロ音波の条件と同じである。そこで、Fermi Liqvid Theoryと同じ精神で Bose Liquid のゼロ音波を取扱つてみよう。

振動の復元力がself-consistent field で与えられるとし、

$$\varphi_{\mathrm{pol}}(q,\omega) = f_0 < \rho(q,\omega) > \tag{11}$$

で分極部分が定義されるとする。これを(5)の$\varphi$に加えてscreening を考慮した$\chi_{sc}$を

$$\chi_{sc} = \frac{<\rho(q,\omega)>}{\varphi + \varphi_{\mathrm{pol}}} \tag{12}$$

とすれば

$$\chi = \chi_{sc} / (1 - f_0\, \chi_{sc}) \tag{13}$$

がえられる。ここで、sum rule を利用すると

$$\lim_{\omega\to\infty} \chi = \lim_{\omega\to\infty} \chi_{sc} = \frac{N q^2}{m\omega^2} \tag{14}$$

がえられる。そこで$\omega > \omega_{sc}$に対して

$$\chi_{SC} \sim Nq^2/m\omega^2 \tag{15}$$

であるとしよう。そうすると (13)から

$$\chi = \frac{Nq^2/m}{\omega^2 - s_0^2 q^2}, \quad (\omega > \omega_{SC}) \tag{16}$$

となり、ゼロ音速 $s_0$ は $s_0 = (Nf_0/m)^{1/2}$ で与えられる。$\chi$ の極が集団運動のモードを与えるから

$$\omega = s_0 q \tag{17}$$

の分散関係がえられる。勿論 (17)は $s_0 q > \omega_{SC}$ の条件下で正しいもので、$\omega_{SC}$ がなんであるかよく分らないのではつきりしたことは言えぬが、一応、ゼロ音波の可能性が示されたわけである。要するにPines 先生の point は1体のグリーン関数の極は、密度の相関関係のものとT＝0では一致するが、有限温度では異なり、中性子回析が観測されるのは後者である、ということである。いずれにせよ、有限温度での excitation はこれからの問題であるとの注意があつた。

(3) Two fluid model

液体 $He^4$ は電気的に中性であるので、電磁気的な外場に対する応答を議論できない。しかし、$\omega$ という回転ベクトルで回転する座標系からみればコリオリの力が働き、あたかも磁場がかかつたようにみえる。このような考えにもとづいて超流動と超電導との比較が行われた。またBose Liquid の super part が運動とているときの話があつたが、このへんはFeynman の理論と同じなので省略したい。

以上、Pines 先生の講義のあらましを述べたつもりであるが、かなり日数がたつているので思いちがいをしている点もあるかもしれない。いづれ詳しいことはProceeding を参考にしていただくとし、最後にPines 先生が宿題として残した三つの点を述べておく。

(1) condensate に対する kinetic equation を導くこと。
(2) well-defined Bose liquid model をつくること。
(3) 有限温度における excitation の問題。